

④ $\Gamma = \text{clos}\{\exp(At) | t \in \mathbb{R}\}$ kpt.

$\Rightarrow \lambda_R$ Eigenwert, v_R Eigenvektor
dann ist $\text{Re}(\lambda_R) = 0$ da
aus $\text{Re} \lambda_R \neq 0$ folgeschwürde:

$$\exp(At)v_i = e^{\lambda t}v_i$$

$$\lambda > 0 \Rightarrow e^{\lambda t}v_i \xrightarrow{t \rightarrow \infty} \infty$$

$$\lambda < 0 \Rightarrow e^{\lambda t}v_i \xrightarrow{t \rightarrow \infty} 0$$

Annehm: $J_R = \begin{pmatrix} \lambda & 0 \\ 0 & \lambda \end{pmatrix}$

Also bezeichne $i\lambda_R = \lambda_R$, $-i\lambda_R = \bar{\lambda}_R$ die beiden k.ö. kompl. Eigenwerte
(*) $\Rightarrow A = S^{-1}DS$ D Diagonalmatrix $\in \mathbb{C}^N$

~~z.z.: $e^{At}(\vec{x} + i\vec{y}) = e^{At}\vec{x} + i e^{At}\vec{y}$ $\vec{x}, \vec{y} \in \mathbb{R}^n$~~

~~$\Leftrightarrow e^{At}\vec{x} + e^{At}i\vec{y} = e^{At}\vec{x} + i e^{At}\vec{y}$~~

~~$\Leftrightarrow S^{-1}e^{Dt}S\vec{k} = \vec{j}t$~~

~~$\Leftrightarrow e^{Dt}S\vec{k} = S\vec{j}t$~~

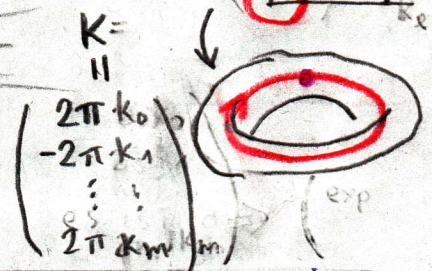
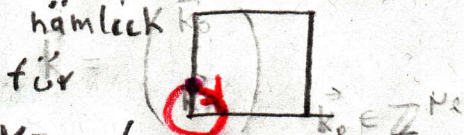
~~$(e^{Dt})_{ij} = (e^{i\lambda_R t})_{ij}$ diagonal also $\tilde{D}S = S\tilde{D}$~~

~~$\Rightarrow S e^{D t} \vec{k} = S \vec{j} t \Rightarrow e^{D t} \vec{k} = \vec{j} t$~~

~~$\Rightarrow \vec{c} := 2\pi \begin{pmatrix} \delta_0 \\ \vdots \\ \delta_m \end{pmatrix}$~~

~~$\Rightarrow e^{i\lambda_R t} \vec{k} \Rightarrow$ Torus (in einem gewissen Sinne)~~

$\Rightarrow$ Jordanblock
Jetzt Γ ein Torus $\mathbb{Z}^n$
 $e^{At+K} = e^{At}$

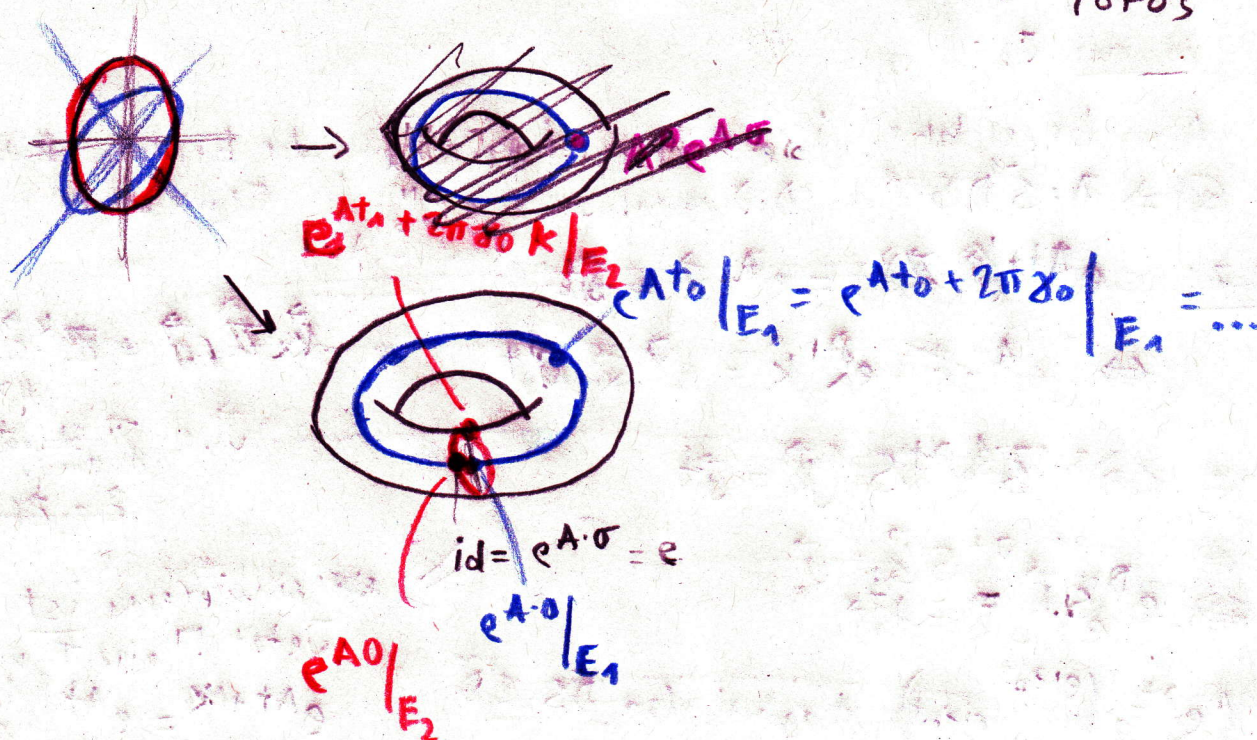


(*) Annehmen: $J_R = \begin{pmatrix} i\lambda_R & 1 & & \\ & i\lambda_R & \ddots & \\ & & i\lambda_R & 1 \\ & & & i\lambda_R \end{pmatrix} \Rightarrow e^{J_R t} = \begin{pmatrix} e^{i\lambda_R t} + \frac{1}{1!}t + \frac{1}{2!}t^2 + \dots + \frac{1}{(p-1)!}t^{p-1} \\ e^{i\lambda_R t} + \dots + \frac{1}{(p-1)!}t^{p-1} \\ \vdots \\ e^{i\lambda_R t} \end{pmatrix}$

da

$$\begin{pmatrix} e^{i\gamma_0 t + 2\pi k_0} \\ \vdots \\ e^{i\gamma_m(t + 2\pi k_m)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} e^{i\gamma_0 t} \\ \vdots \\ e^{i\gamma_m t} \end{pmatrix}$$

Ich brauche mir also nicht
 ganz Γ ansehen, das wiederholt sich
 nach $2\pi\gamma_\ell$ in Richtung $\vec{v}_\ell$ Eigenvektor (also im
 Eigenraum zu $\lambda_\ell = i\gamma_\ell$ zu $(\lambda_\ell, \bar{\lambda}_\ell)$)
 Ich habe also quasi
 Produkte von versch. großen Kreisen $\Rightarrow$ Torus



→ als in der Abbildung der Eigenwerte...
nachträgliche
 $\Rightarrow$ Ergänzung:

Für $\gamma_k = \frac{p}{q} \gamma_j$, $k \neq j$, $\frac{p}{q} \in \mathbb{Q}$.

$\Rightarrow \gamma_k q = \gamma_j p \Rightarrow e^{i\gamma_k q} \text{ hat selbe Periode wie } e^{i\gamma_j p}$

$\Rightarrow$ Keine 2heuen Torus-Dimensionen, sondern
 eine



"spiral" ist auch 1-Torus