

$$(iii) \Psi_A(G) = G^{-1}AG = \underbrace{G^{-1} \circ A(G)}_?$$

$(G \mapsto G^{-1})$ analytisch für invertierbare G :

$$G^{-1} = \text{id} - (G - \text{id}) + 2(G - \text{id})^2 - 6(G - \text{id})^3 \pm \dots$$

$(G \mapsto AG)$ $A(G)$ analytisch da linear

$\Rightarrow G^{-1} \circ A(G)$ analytisch $\checkmark$

$$\Psi_A(\text{id} + C) \stackrel{?}{=} (\text{id} - C)A(\text{id} + C) + \mathcal{O}(C^2)$$

$$= (\text{id} - C)(A\text{id} + AC) + \mathcal{O}(C^2)$$

$$= A\text{id} + AC - CA\text{id} + \mathcal{O}(C^2)$$

$$= \underbrace{A}_{\Psi_A(\text{id})} + \underbrace{AC - CA}_{D\Psi_A(\text{id})[C]} + \mathcal{O}(C^2)$$

$$\Psi_A(\text{id}) + D\Psi_A(\text{id})[C] + \mathcal{O}(C^2) \quad \checkmark \quad \square$$

⑥ JNF:

$$J = \begin{pmatrix} \lambda_1 & 0 \\ 0 & \lambda_2 \end{pmatrix}$$

oder

$$J = \begin{pmatrix} \lambda & 1 \\ 0 & \lambda \end{pmatrix}$$

ANF:

$$A = \begin{pmatrix} \sigma & 1 \\ a_1 & a_2 \end{pmatrix}$$

Matrix $B = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \sigma \end{pmatrix}$: $(0 = \sigma?)$

$$J_B = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \sigma \end{pmatrix}$$

A_B ex nicht

$$A, J = G^{-1}BG \Rightarrow G = \begin{pmatrix} s & t \\ u & v \end{pmatrix}, \quad G^{-1} = \frac{1}{sv - tu} \begin{pmatrix} v & -t \\ -u & s \end{pmatrix}$$

$\Rightarrow$ für $|sv - tu| < \epsilon$ kommt die Transformation nahe an eine Singularität

für gerichtetes
 $G \in GL(n)$

$\Rightarrow$ z.B.

$$B = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ \epsilon & \sigma \end{pmatrix} \quad G = \begin{pmatrix} 1 & i/\sqrt{\epsilon} \\ \sigma & 1 \end{pmatrix} \Rightarrow A = J = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & \sigma \end{pmatrix}$$

$$J_{\epsilon=0} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ \infty & \sigma \end{pmatrix} \neq \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & \sigma \end{pmatrix} = J_{\epsilon \neq 0}$$

aber $\epsilon \rightarrow \sigma \Rightarrow J = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \sigma \end{pmatrix}$

? pseudo limit

(zu 6) An nicht singulären Stellen ist die Änderung der Normalformen aber glatt, da $G^{-1} \cdot B \cdot G$ nur Multiplikationen sind (Aussagen 1 und 2)

Allerdings hat die JNF eine Sprungstelle

wenn $J = \begin{pmatrix} \lambda & 0 \\ 0 & \lambda + \epsilon \end{pmatrix}$ zu $\tilde{J} = \begin{pmatrix} \lambda & 1 \\ 0 & \lambda \end{pmatrix}$ wird, während

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ a_1 & a_2 \end{pmatrix} \text{ stetig zu } A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ a_1 + \epsilon_1 & a_2 + \epsilon_2 \end{pmatrix}$$

transformiert wird.

Nahel $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ ist JNF einfacher, denn
JNF

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \rightsquigarrow \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & \epsilon \end{pmatrix} \rightsquigarrow \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & \epsilon \end{pmatrix}$$

die „gutartigen Punkte“ haben offene Umgebung die auch gutartig ist.
(nur $\lambda \cdot \text{id}$ fällt weg)

$$\text{ANF} \begin{pmatrix} \epsilon & 1 \\ a & b \end{pmatrix} \approx \begin{pmatrix} a & 1 \\ a & b \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} \epsilon & 1 \\ a & b \end{pmatrix} s = s \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ \tilde{a} & \tilde{b} \end{pmatrix} \Rightarrow \text{GLS} \Rightarrow \text{lösen}$$

$$\text{ANF} : \left. \begin{array}{l} \text{spur} = b \\ \det = -a \end{array} \right\} \Rightarrow \begin{array}{l} \text{ändert sich} \\ \text{nicht unter} \\ \text{Transformation} \end{array}$$

$\Rightarrow$ 4 Unbekannte, 4 Gleichungen

Spur hängt glatt ab, auch det

(dadurch ist ANF gegeben)
(tr. glatt kann man auch ausrechnen)