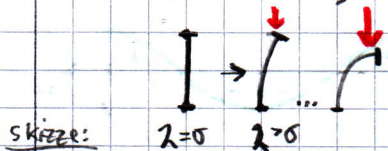


3/4 (24) (i) $\lambda = 0 \Rightarrow \mathcal{L}(0) = \left(\frac{\partial}{\partial s}\right)^2$

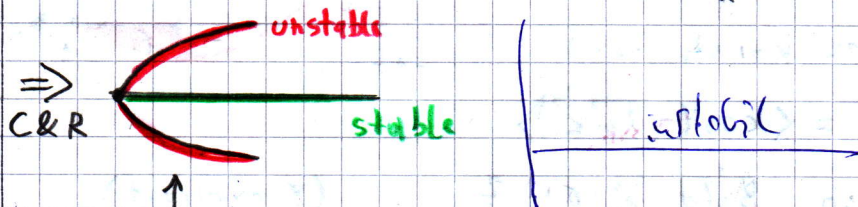
Fredholm nach Vorlesung usw.
Räume?

Verzweigung bei $\lambda = 0$:



C & R: (i) $\mathcal{L}''(0) = 0, \mathcal{L}'(0) = \mathcal{L}'(1) = 0$
(Bedingungen) $\Rightarrow \mathcal{L} \equiv \text{const.} \hat{=} \text{1dim nichttriv. Kern}$

(ii) $D_\lambda Q D_\lambda f(0,0) = D_\lambda Q \left(\left(\frac{\partial}{\partial s}\right)^2 + \lambda \text{id} \right) (0,0)$
 $= D_\lambda \lambda \cdot \text{const.} = \text{const.} \in \ker \mathcal{L}(0)$
? $\notin \text{Bild?}$



Nach physikalischer Intuition klar: denn der Stab schnellt bei Weglassen der Kraft zurück. Außerdem Spiegelsymmetrisch.
(allerdings sehe ich noch nicht ob $\lambda^2 \sim x$ oder anders)

(ii) $\int_0^1 x(s) ds = 0 \hat{=} \text{Stab steht aufrecht, ist also z.B. nicht zur Seite gedreht/gebogen}$

$f(\lambda, x) = 0$

$x(0) \in X := C^2([0,1], \mathbb{R})^n$

$\{x'(0) = x'(1) = 0\}$

$\cap \left\{ \int_0^1 x(s) ds = 0 \right\}$

$Y := C^0([0,1], \mathbb{R}) \cap \left\{ \int_0^1 v(s) ds = 0 \right\}$

$\mathcal{L}(\lambda) = \left(\frac{\partial}{\partial s}\right)^2 + \lambda \text{id}$

kmpt.
da $Y \subset C^0([0,1], \mathbb{R})$
 $\Rightarrow$ Ascoli

$\Rightarrow \mathcal{L}(0) = \left(\frac{\partial}{\partial s}\right)^2$ Fredholm
z.z.: $(\mathcal{L}(0): X \rightarrow Y)$

weiterhin: $\ker \mathcal{L}(0) \subseteq \langle 1 \rangle$ aber $\int_0^1 c ds = c \cdot 1 \neq 0$
 $c \neq 0$
konstant

$\Rightarrow \ker \mathcal{L}(0) = \{0\}$

Wir möchten $\text{index}(\mathcal{L}(0)) = 0$

$\Rightarrow Y := \text{Bild}(\mathcal{L}(0)) =$ Richtige Wahl, denn dann ist $\text{codim Bild}(\mathcal{L}(0))$

$\Rightarrow$ Nicht trivialer Kern von $\mathcal{L}(\lambda)$:

$\mathcal{L}''(s) + \lambda \mathcal{L}(s) = 0, \mathcal{L}'(0) = \mathcal{L}'(1) = 0, \int_0^1 \mathcal{L}(s) ds = 1$

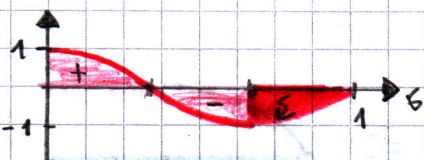
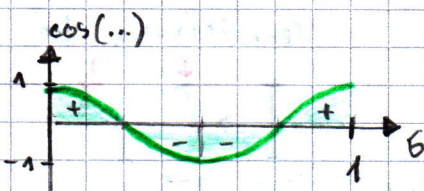
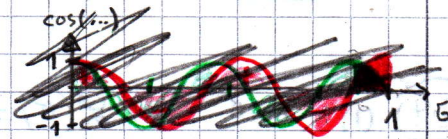
wieder $\mathcal{L}(s) = 1 \cdot \cos(\sqrt{\lambda}s)$ und (wegen ...) $\lambda = \lambda_k = (k\pi)^2$

Erfüllt auch $\int_0^1 \cos(1) ds = 0$

$\text{Bild} \mathcal{L}(0) = ?$ s.u.

$= \dim \ker(\mathcal{L}(0))$

$= 0$



$$\sigma = \int_0^1 \cos(\underbrace{\sqrt{\lambda_k} s}_{\pi k s}) ds$$

Aber die Lösungen dazu sind
genau die der Vorlesung falls

C & R anwendbar

(i) ✓ (eben konstruiert)

(ii) $\ker \mathcal{L}(\lambda_k) = \langle \cos(\sqrt{\lambda_k} s) \rangle$

Was ist also Bild $\mathcal{L}(\sigma)$? (Y explizit)

zu $\xi \in X$: $\mu = \left(\frac{d}{ds}\right)^2 \xi$

$\xi \in C^2 \Rightarrow \mu = \xi'' \in C^0$

$\xi'(0) = \xi'(1) = 0$ egal, fallen eh
durch 2x differenzieren
weg

$$\int_0^1 \xi(s) ds = 0$$

$$\begin{aligned} \int_0^1 \mu(s) ds &= \int_0^1 \frac{d^2}{ds^2} \xi(s) ds \\ &= \frac{d^2}{ds^2} \int_0^1 \xi(s) ds = 0 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow Y = C_{[0,1]}^\infty \left\{ \int_0^1 y(s) ds = 0 \right\}$$

$$\sigma = \text{ind}(\mathcal{L}(\sigma)) = \text{ind}(\mathcal{L}(\lambda_k))$$

$\uparrow$
 $\lambda \text{ id} : C^{2n} \rightarrow C^n$ kmpt.

$$\Rightarrow \text{Bild}(\mathcal{L}(\lambda_k))^\perp = \ker \mathcal{L}(\lambda_k)$$

$\uparrow$
 $\Rightarrow$ ok
 $\ker(\mathcal{L}(\lambda_k))$

$\subseteq \text{Bild}(\mathcal{L}(\lambda_k))^\perp$ (ii) ✓

$\Rightarrow$ Vierzweigung wie in der Vorlesung