

Problem 39

2/4

i) Zunächst stellen wir fest, dass wegen $x(0), x(T) \in \text{Fix}(R)$ gilt:

$$R x(t) = x(-t) \quad \text{und} \quad \forall t$$

$$R x(T+t) = x(T-t) \quad \forall t$$

$$\Rightarrow x(T+T+t) = R x(T-T-t) \quad \forall t$$

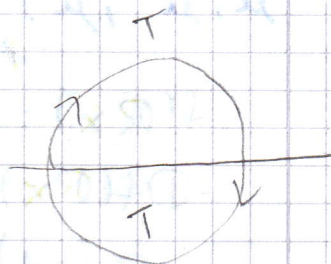
$$\Rightarrow x(2T+t) = x(T+T+t)$$

$$= R x(T-T-t)$$

$$= R x(-t)$$

$$= R^2 x(t)$$

$$= x(t) \quad \forall t$$



$\Rightarrow$ Der Orbit ist periodisch mit Periode $2T$.

ist das die (minimale) Periode?

ii) Wir linearisieren entlang des periodischen Orbits $\gamma(t)$ und erhalten die neue DGL:

$$\dot{x}(t) = Df(\gamma(t)) x(t)$$

Diese ist ebenfalls reversibel, denn

$$Df(R \gamma(-t)) x(t) = -R Df(\gamma(t)) x(t)$$

$$\begin{aligned} f(Rx) &= -Rf(x) \\ Df(Rx)R &= -R Df(x) \end{aligned}$$

$\uparrow$ $\gamma(-t)$ $\uparrow$ $\gamma(t)$

Dann gibt es eine $2T$ -periodische Koordinatentransformation (dabei bleibt ebenfalls die Reversibilität erhalten) sodass wir die neue DGL

$$\dot{y} = B y \quad , B \text{ Matrix, erhalten.}$$

$\Rightarrow$ wegen Reversibilität gilt

$$RB = -BR \quad \Rightarrow \quad B \text{ hat das}$$

gleiche Spektrum wie $-RB R$, also das gleiche Spektrum wie $-B$ und B reell

$\Rightarrow$ Wenn z EW von B sind auch $\bar{z}$, $-z$, $-\bar{z}$

EW von B (analog zur Vorlesung).

Die Floquet-Multiplikatoren sind durch die EW von e^{B2T} gegeben.

$\Rightarrow e^{2T_2}, e^{-2T_2}, e^{2T_2^*}, e^{-2T_2^*}$ sind die Floquet-Multiplikatoren.

Diese können wir in der Form $\mu, \mu^{-1}, \bar{\mu}, \bar{\mu}^{-1}$ schreiben.

$$f(Rx) = -Rf(x)$$

$$Df(Rx)R = -RDf(x)$$

$$Df(\gamma(-t)) = R Df(t)$$

$$Df(\gamma(t))R = -RDf(\gamma(-t))$$

$$\text{Lin: } \dot{v}(t) = Df(\gamma(t))v(t)$$

$$\Psi_{t,0} R v = R \Psi_{-t,0} v$$

$$\begin{aligned} \Psi_{2T,0} R v &= R \Psi_{-2T,0} v \\ &= R \Psi_{0,2T} v \\ &= R(\Psi_{2T,0})^{-1} v \end{aligned}$$

$$\Psi_{2T,0} v = \mu v$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \Psi_{2T,0} R v &= R(\Psi_{2T,0})^{-1} v \\ &= R \mu^{-1} v = \mu^{-1} R v \end{aligned}$$